4 - 7 نواتج الضرب الخاصة

نواتج التعلم : -

- 1 إيجاد ناتج مربع تعبير ذي حدين.
- 2 إيجاد ناتج ضرب المجموع في الفرق.
- حل مسائل حياتية

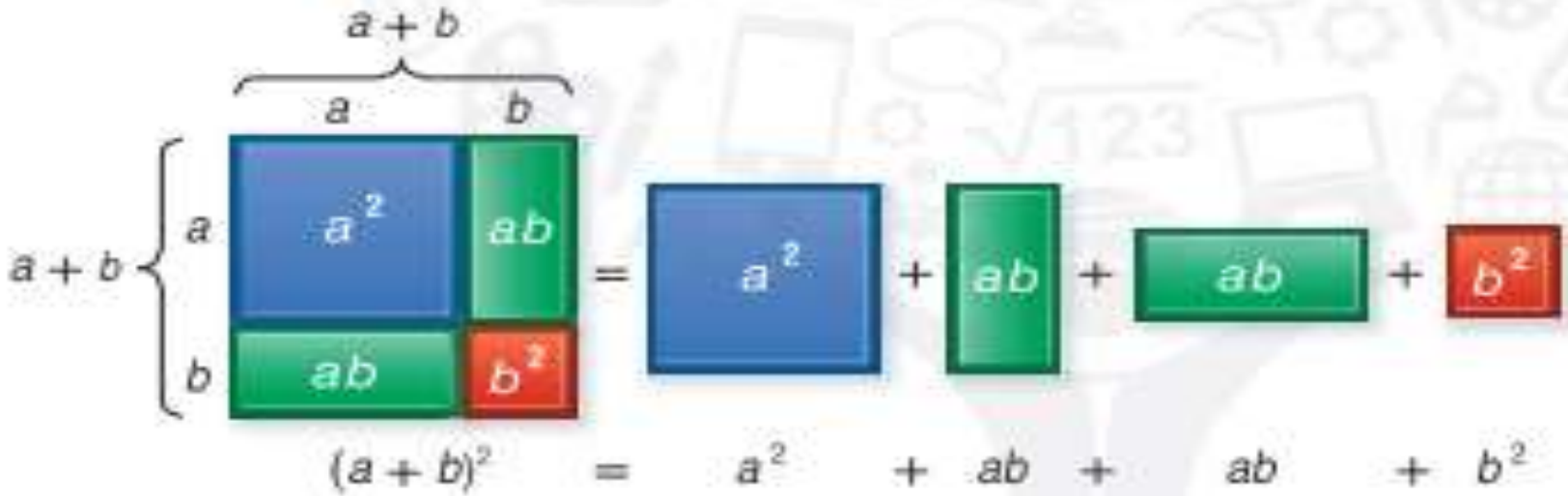
لماذا؟

- يريد أحمد تثبيت لوحة أسهم على قطعة مربعة من لوح من الفلين، إذا كان نصف قطر لوحة الأسهم هو $r + 12$، فكم يجب أن يكون لوح الفلين المربع؟

يعرف أحمد أن قطر دائرة لوحة الأسهم يبلغ $2(r + 12)$ أو $2r + 24$. كما أن كل ضلع من أضلاع المربع يبلغ $2r + 24$. لإيجاد المقدار اللازم من لوح الفلين، يتعين على أحمد إيجاد مساحة المربع: $A = (2r + 24)^2$.

1 مربعات المجموع والفرق

بعض أزواج التعابير، مثل المربعات على غرار $(2r + 24)^2$، لها نواتج ضرب تتبع نمطًا معينًا. مربع مجموع $(a + b)^2$ أو $(a + b)(a + b)$، هو أحد نواتج الضرب هذه.



$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

المفهوم الأساسي مربع المجموع

الألفاظ مربع $a + b$ هو مربع a زائد مثلي ناتج ضرب a و b زائد مربع b.

الرموز $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

$= a^2 + 2ab + b^2$

مثال $(x + 4)^2 = (x + 4)(x + 4)$

$= x^2 + 8x + 16$

مثال 1 مربع مجموع

جـد $(3x + 5)^2$.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

قم بتربيع المجموع

$$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2$$

$a = 3x,\ b = 5$

$$= 9x^2 + 30x + 25$$

بسّط. واستخدم طريقة فويل للتحقق من حلك.

تمرين **موجّه**

جـد كل ناتج ضرب مما يلي.

1A. $(8c + 3d)^2$

1B. $(3x + 4y)^2$

يوجد أيضا نمط *لمربع الفرق*. اكتب $a - b$ على شكل $a + (-b)$ وجد مربعها باستخدام نمط مربع ناتج الجمع.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= [a+(-b)]^2 \\ &= a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

قم بتربيع المجموع

بسّط.

المفهوم الأساسي مربع الفرق

الشرح مربع $a - b$ هو مربع a ناقص مثلي ناتج ضرب a في b زائد مربع b.

الرموز $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$
$= a^2 - 2ab + b^2$

مثال $(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$
$= x^2 - 6x + 9$

انتبه!

الانتظام تذكر أن $(x-7)^2$ لا يساوي $x^2 - 7^2$ أو $x^2 - 49$.

$(x-7)^2$
$= (x-7)(x-7)$
$= x^2 - 14x + 49$

مثال 2 مربع الفرق

جد $(2x - 5y)^2$.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

قم بتربيع الفرق

$b = 5y$ و $a = 2x$

$$\begin{aligned}(2x - 5y)^2 &= (2x)^2 - 2(2x)(5y) + (5y)^2 \\ &= 4x^2 - 20xy + 25y^2\end{aligned}$$

بسّط.

تمرين موجه

جـد كل ناتج ضرب مما يلي.

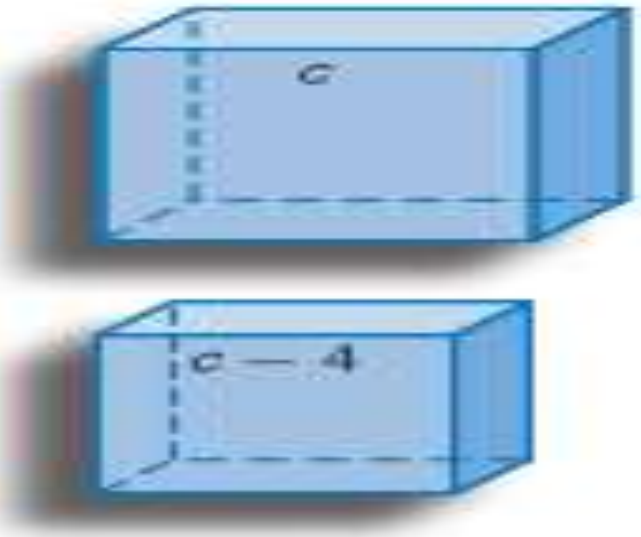
2A. $(6p - 1)^2$

2B. $(a - 2b)^2$

يُسمى ناتج ضرب مربع المجموع أو مربع الفرق ثلاثي حدود مربع *كامل*. يمكننا استخدام هذه الخطوات لإيجاد الأنماط لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 3 من الحياة اليومية مربع الفرق

العلوم الفيزيائية **كل حافة مكعب من الألومينيوم تكون أقل من حافة مكعب من النحاس بمقدار 4 cm.**
اكتب تعبير يمثل مساحة سطح مكعب الألومينيوم.



صيغة مساحة سطح مكعب

عوّض عن s بـ $c - 4$.

قم بتربيع الفرق

بسّط.

$$SA = 6s^2$$
$$SA = 6(c - 4)^2$$
$$SA = 6[c^2 - 2(4)(c) + 4^2]$$
$$SA = 6(c^2 - 8c + 16)$$

تمرين موجّه

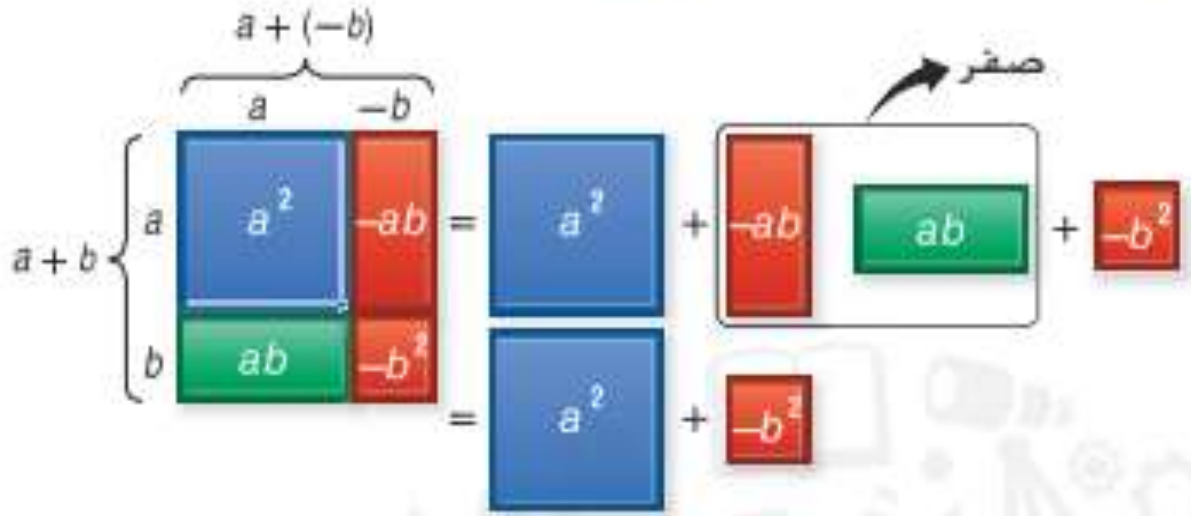
3. **البستنة** يمتلك علي حديقة يبلغ طولها g ft ويبلغ عرضها g ft. يرغب علي في إضافة 3 ft إلى الطول والعرض.

   A. اشرح كيف يمكن تمثيل المساحة الجديدة للحديقة عن طريق مربع تعبير ذو حدين.

   B. جـــد مربع هذا التعبير ذو الحدين.

2 ناتج ضرب المجموع والفرق

سوف نرى الآن نتيجة ضرب مجموع في فرق، أو $(a + b)(a - b)$.
تذكر أن $a - b$ يمكن كتابتها بالصيغة $a + (-b)$.



لاحظ أن الحدود الوسطى أعداد متعاكسة مجموعها يساوي صفر، إذًا
$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$.

المفهوم الأساسي ناتج ضرب مجموع وفرق

الشرح ناتج ضرب $a + b$ في $a - b$ هو مربع a ناقص مربع b.

الرموز
$$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

نصيحة دراسية

الأنماط عند استخدام أي من هذه الأنماط، يمكن أن تكون a و b أرقامًا أو متغيرات أو تعابير تحتوي على أرقام ومتغيرات.

مثال 4 ناتج ضرب المجموع في الفرق

جـد $(2x^2 + 3)(2x^2 - 3)$.

ناتج ضرب المجموع في الفرق $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$b = 3$ ، $a = 2x^2$

بالتعويض

$$(2x^2 + 3)(2x^2 - 3) = (2x^2)^2 - (3)^2$$

$$= 4x^4 - 9$$

تمرين موجّه

جـــد ناتج كل ضرب مما يلي.

4A. $(3n + 2)(3n - 2)$

4B. $(4c - 7d)(4c + 7d)$

التحقق من فهمك

المثالان 2 – 1 **جـد كل ناتج ضرب مما يلي.**

1. $(x + 5)^2$
2. $(11 - a)^2$
3. $(2x + 7y)^2$
4. $(3m - 4)(3m - 4)$
5. $(g - 4h)(g - 4h)$
6. $(3c + 6d)^2$

مثال 3

7. **الجينات** يرتبط لون شعر كلاب لابرادور ريتريفر بالجينات. تسود جينات الألوان الداكنة D على جينات اللون الأصفر y. الكلاب التي لديها الجينات DD أو Dy سيكون شعرها داكن اللون. أما الكلاب الذي لديها الجينات yy فسيكون شعرها أصفر اللون. وتكون جينات لون شعر الكلاب A Dy، وجينات B yy.

	D	y
D	DD	Dy
y	Dy	yy

a. اكتب تعبيزا لألوان الشعر المحتملة لكل من القطط A و B.

b. ما احتمال أن تمتلك إحدى الكلاب لون فراء أصفر؟

مثال 4 جـد كل ناتج ضرب مما يلي.

8. $(a - 3)(a + 3)$

9. $(x + 5)(x - 5)$

10. $(6y - 7)(6y + 7)$

11. $(9t + 6)(9t - 6)$

التمرين وحل المسائل

المثالان 2 – 1 جـد كل ناتج ضرب مما يلي.

12. $(a + 10)(a + 10)$

13. $(b - 6)(b - 6)$

14. $(h + 7)^2$

15. $(x + 6)^2$

16. $(8 - m)^2$

17. $(9 - 2y)^2$

18. $(2b + 3)^2$

19. $(5t - 2)^2$

20. $(8h - 4n)^2$

مثال 3

21. **الجينات** القدرة على لف لسانك هي سمة موروثة جينيًا من الوالدين إذا كان أحد الوالدين لديه السمة السائدة T. وبالتالي فإن الأطفال الذين لا توجد لدى والديهم هذه السمة لن يكونوا قادرين على لف ألسنتهم.

a. وضح كيف يمكن تمثيل التوافيق عن طريق مربع مجموع.

b. توقع النسبة المئوية للأطفال الذين سيكون لديهم كلا الجينين سائدين، وجين واحد سائد، وكلا الجينين متنحيين.

مثال 4 **جـد كل ناتج ضرب مما يلي.**

22. $(u+3)(u-3)$

23 $(b+7)(b-7)$

24. $(2+x)(2-x)$

25. $(4-x)(4+x)$

26. $(2q+5r)(2q-5r)$

27. $(3a^2+7b)(3a^2-7b)$

28. $(5y+7)^2$

29. $(8-10a)^2$

30. $(10x-2)(10x+2)$

31. $(3t+12)(3t-12)$

32. $(a+4b)^2$

33. $(3q-5r)^2$

34. $(2c-9d)^2$

35. $(g+5h)^2$

36. $(6y-13)(6y+13)$

37. $(3a^4-b)(3a^4+b)$

38. $(5x^2-y^2)^2$

39. $(8a^2-9b^3)(8a^2+9b^3)$

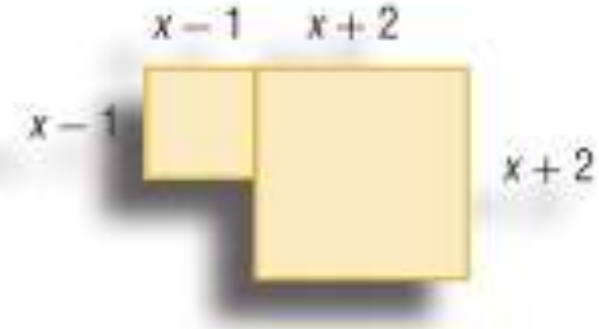
40. $\left(\frac{3}{4}k+8\right)^2$

41. $\left(\frac{2}{5}y-4\right)^2$

42. $(7z^2+5y^2)(7z^2-5y^2)$

43. $(2m+3)(2m-3)(m+4)$

44. $(r+2)(r-5)(r-2)(r+5)$



45. الاستنتاج المنطقي اكتب معادلة كثيرة الحدود تمثل مساحة الشكل الموجود على اليسار.

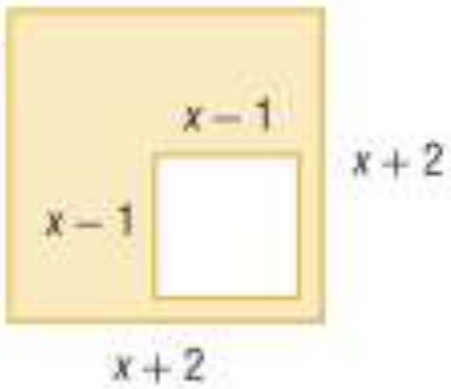
46. الأطباق الطائرة يحلق طبق طائر على شكل دائرة نصف قطرها $x + 3$ بوصة.

a. اكتب تعبيرًا يمثل مساحة الطبق الطائر.

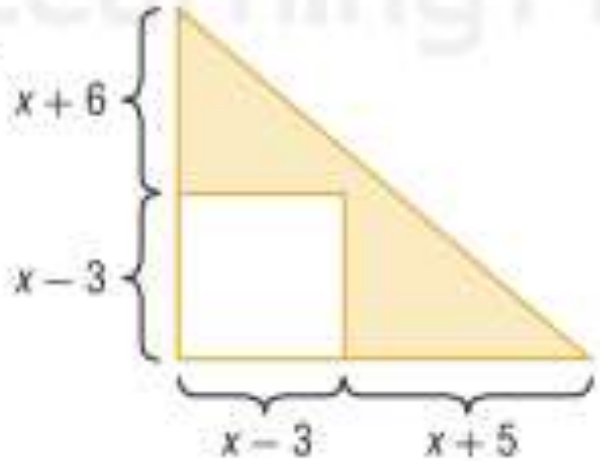
b. توجد فتحة نصف قطرها $x - 1$ بوصة في منتصف القرص. اكتب تعبيرًا يمثل المساحة المتبقية.

هندسة جـد مساحة كل منطقة مظللة.

47.



48.



جـــد ناتج ضرب ما يلي.

49. $(c + d)(c + d)(c + d)$

50. $(2a - b)^3$

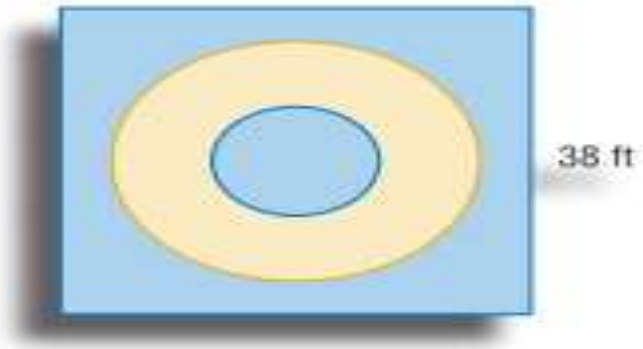
51. $(f + g)(f - g)(f + g)$

52. $(k - m)(k + m)(k - m)$

53. $(n - p)^2(n + p)$

54. $(q + r)^2(q - r)$

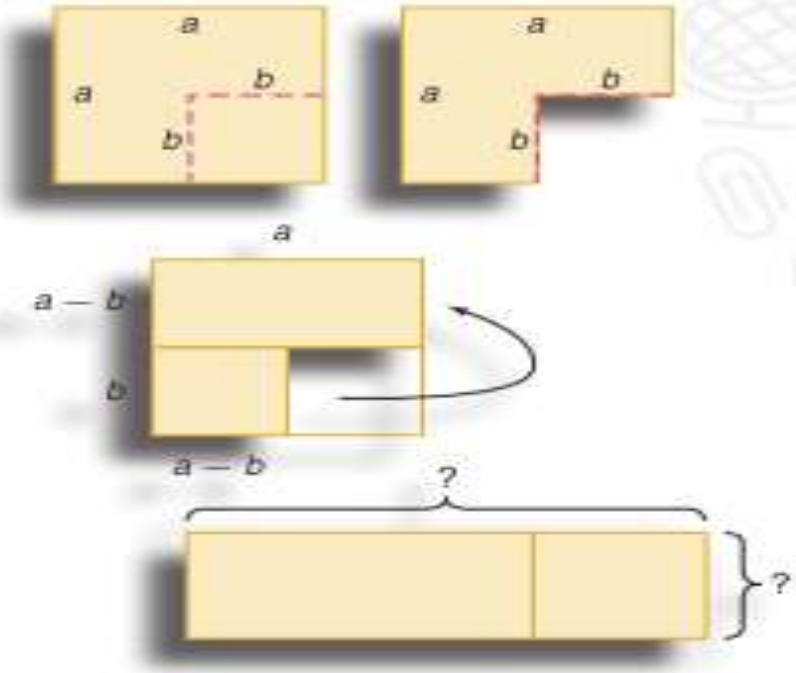
55 **المصارعة** يجب أن تكون حصيرة المصارعة في مدرسة ثانوية على شكل مربع يبلغ طول ضلعه 38 ft وتحتوي على دائرتين كما هو مبين. لنفرض أن الدائرة الداخلية نصف قطرها r ft. وأن نصف قطر الدائرة الخارجية أطول من نصف قطر الدائرة الداخلية من بمقدار 9 ft.



a. اكتب تعبيرًا لمساحة الدائرة الكبيرة.

b. اكتب تعبيرًا لمساحة الجزء الذي يقع خارج الدائرة الكبيرة من المربع.

56. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. سوف تستكشف نمطًا. ابدء بقطعة مربعة من الورق المقوى. سمّ جميع حواف الورقة a. في أي زاوية من الزوايا. ارسم مربعًا أصغر وسمّ الحواف b.



a. **عدديًا** أوجد جبريًا مساحة جميع المربعات.

b. **عمليًا** اقطع المربع الأصغر من الزاوية. ما مساحة الشكل؟

c. **تحليليًا** قم بإزالة المستطيل الأصغر في الجزء السفلي. قم بإدارته وتحريكه إلى جانب المستطيل العلوي. ما طول الترتيب الجديد؟ وكم يبلغ العرض؟ وكم تبلغ المساحة؟

D. **تحليليًا** ما النمط الذي يثبته ذلك؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

57. أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟ ما التعبير الذي لا ينتمي؟ مع الشرح.

$(c + d)(c + d)$	$(2c + d)(2c + d)$	$(2c + d)(2c - d)$	$(2c - d)(2c - d)$

58. البنية هل يوجد نمط لمكعب مجموع $(a + b)^3$؟

a. استكشف هذه المسألة عن طريق إيجاد ناتج ضرب $(a + b)(a + b)(a + b)$.

b. استخدم النمط الذي اكتشفته في الجزء a لإيجاد $(x + 2)^3$.

C. ارسم رسمًا تخطيطيًا للتمثيل الهندسي للتعبير $(a + b)^3$.

d. ما نمط مكعب الفرق $(a - b)^3$؟

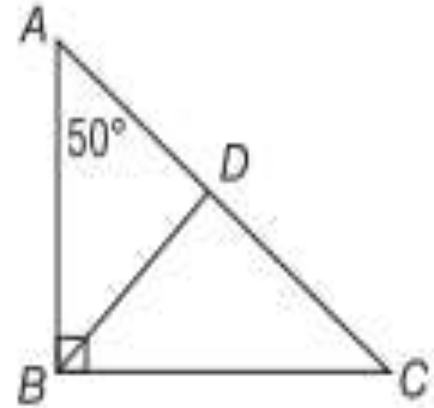
59. الاستنتاج جد قيمة c التي تجعل $25x^2 - 90x + c$ تعبيرًا تربيعيًا ثلاثي الحدود كاملاً.

60. مسألة غير محددة الإجابة اكتب زوجًا من ذوات الحدين بناتج ضرب مكون من حدين.
ثم اكتب زوجًا من ذوات الحدين بناتج ضرب غير مكون من حدين.

61. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية تربيع مجموع مقدارين وتربيع فرق مقدارين
وكيفية إيجاد ناتج ضرب مجموع مقدارين وفرق مقدارين.

تدريب على الاختبار المعياري

62. إجابة شبكية في المثلث قائم الزاوية، ينصف $\overline{DB}$ الزاوية $\angle B$. ما قياس الزاوية $\angle ADB$ بالدرجات؟



63. ما ناتج ضرب $(2a - 3)$ و $(2a - 3)$؟

A $4a^2 + 12a + 9$

B $4a^2 + 9$

C $4a^2 - 12a - 9$

D $4a^2 - 12a + 9$

64. يستطيع مازن قطع 4 km بالسيارة في m دقائق. بهذا المعدل، ما عدد الدقائق التي سيستغرقها لقطع 19 km بالسيارة؟

F $76m$

G $\frac{19m}{4}$

H $\frac{4m}{19}$

J $\frac{4}{19m}$

65. ما الخواص التي يمكن استخدامها لحل المعادلة $2x + 0 = 2x$؟

A خاصية التبديل في الجمع

B خاصية المعكوس الجمعي

C خاصية المحايد الجمعي

D خاصية التجميع في الجمع